

13.1

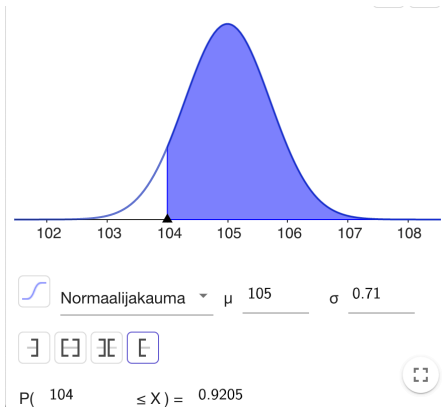
- a) Lasketaan keskiarvon keskivirhe.

$$s_{\bar{x}} = \frac{4}{\sqrt{32}} \\ \approx 0,71 \text{ (cm)}$$

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}, \text{ missä } s = 4 \text{ ja } n = 32$$

- b) Päiväkodin 32 nelivuotiaista poikaa muodostavat otoksen. Vastaavien otosten otoskeskiarvot noudattavat normaalijakaumaa, jonka odotusarvo $\mu = 105$ (cm) perusjoukon odotusarvo
keskihajonta $\sigma \approx 0,71$ (cm). keskiarvon keskivirhe

Merkitään otoskeskiarvoa kirjaimella X . Määritetään GeoGebran todennäköisyyslaskurilla todennäköisyys, että otoskeskiarvo on vähintään 104 cm.



$$P(X \geq 104) \approx 0,92$$

Päiväkodin nelivuotiaiden poikien pituuksien keskiarvo on vähintään 104 cm todennäköisyydellä 0,92.

Vastaus

- a) 0,71 cm
b) 0,92

13.2

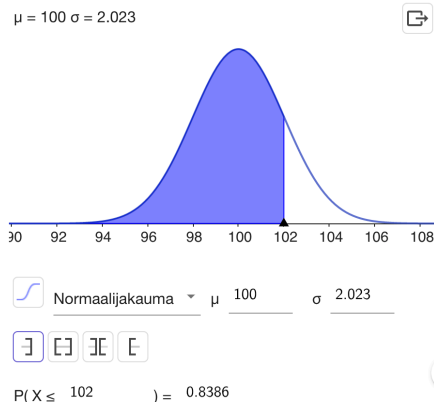
Testihenkilöiden älykkyystestien tulokset muodostavat otoksen. Vastaavien otosten otoskeskiarvot noudattavat normaalijakaumaa, jonka odotusarvo on perusjoukon keskiarvo $\mu = 100$ ja keskihajontana keskiarvon keskivirhe.

Lasketaan keskiarvon keskivirhe.

$$s_{\bar{x}} = \frac{15}{\sqrt{55}} \\ \approx 2,023$$

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}, \text{ missä } s = 15 \text{ ja } n = 55$$

Merkitään otoskeskiarvoa kirjaimella X . Määritetään GeoGebran todennäköisyysslaskurilla todennäköisyys, että otoskeskiarvo on enintään 102 pistettä. Huomaa, että keskiarvon keskivirheen lausekkeen $\frac{15}{\sqrt{55}}$ voi myös syöttää suoraan keskihajonnaksi.



$$P(X \leq 102) \approx 0,84$$

Testihenkilöiden pistemäärän keskiarvo on enintään 102 todennäköisyydellä 0,84.

Vastaus

0,84

13.3

- a) 95 %:n luottamustason kriittinen arvo on 1,96.

Lasketaan virhemarginaali.

$$1,96 \cdot \frac{10}{\sqrt{200}}$$

$$\approx 1,386 \text{ (g)}$$

$$\text{kriittinen arvo} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}, \text{ missä}$$

$$\text{kriittinen arvo} = 1,96, s = 10 \text{ ja } n = 200$$

Kaikkien riisipakkausten painojen keskiarvo on 95 %:n varmuudella vähintään

$$505 \text{ g} - 1,386 \text{ g} = 503,614 \text{ g} \approx 503,6 \text{ g}$$

otoskeskiarvo on 505 g,
virhemarginaali on 1,386 g

ja enintään

$$505 \text{ g} + 1,386 \text{ g} = 506,386 \text{ g} \approx 506,4 \text{ g}.$$

Kaikkien riisipakkausten painojen keskiarvon luottamusväli 95 %:n luottamustasolla on [503,6 g; 506,4 g].

- b) Määritetään GeoGebran todennäköisyyslaskurilla kaikkien riisipakkausten painojen keskiarvon luottamusväli 95 %:n luottamustasolla.

Keskiarvon Z-estimaatti



Luottamustaso 0.95

Otos

Keskiarvo 505

σ 10

N 200

[Tulos](#)

Keskiarvon Z-estimaatti

Keskiarvo 505

σ 10

S 0.7071

N 200

Alaraja 503.6141

Yläraja 506.3859

Väli 505 ± 1.3859

Luottamusväli on [503,6 g; 506,4 g].

Vastaus

a) [503,6 g; 506,4 g]

b) [503,6 g; 506,4 g]

13.4

Määritetään GeoGebran todennäköisyyslaskurilla kaikkien keksipakkausten painojen keskiarvon luottamusväli 99 %:n luottamustasolla.

Keskiarvon Z-estimaatti



Luottamustaso 0.99

Otos

Keskiarvo 204

σ 6

N 175

Tulos

Keskiarvon Z-estimaatti

Keskiarvo 204

σ 6

S 0.4536

N 175

Alaraja 202.8317

Yläraja 205.1683

Väli 204 $\pm$ 1.1683

Luottamusväli on [202,8 g; 205,2 g].

Keksipakkausten painojen keskiarvo on 99 %:n varmuudella välillä 202,8–205,2 g.

Vastaus

[202,8 g; 205,2 g];

Keksipakkausten painojen keskiarvo on 99 %:n varmuudella välillä 202,8–205,2 g.

13.5

- a) Makeispussin painojen keskiarvon luottamusväli 99 %:n luottamustasolla on [402 g, 414 g].

Otoskeskiarvo sijaitsee luottamusvälin keskipisteessä. Lasketaan makeispussin painon otoskeskiarvo.

$$\frac{402 \text{ g} + 414 \text{ g}}{2} = 408 \text{ g}$$

- b) Lasketaan keskiarvon virhemarginaali.

$$408 \text{ g} - 402 \text{ g} = 6 \text{ g}$$

Vastaus

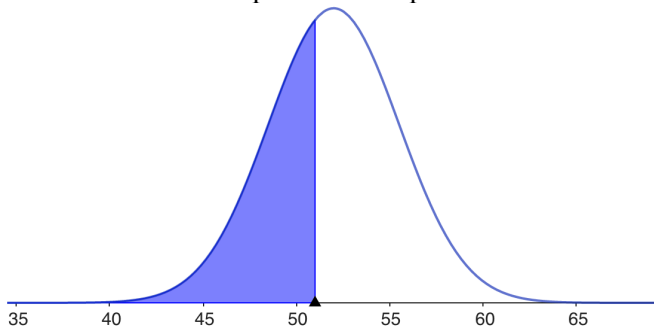
a) 408 g

b) 6 g

13.6

- a) Merkitään satunnaisesti valitun poikavauvan pituutta senttimetreinä kirjaimella X . Pituuden odotusarvo on 52 cm ja keskihajonta 3,5 cm.

Määritetään GeoGebran todennäköisyyslaskurilla todennäköisyys, että satunnaisesti valitun poikavauvan pituus on enintään 51 cm.



Normaalijakauma μ 52 σ 3.5



$P(X \leq 51) = 0.3875$

$$P(X \leq 51) \approx 0,39$$

Satunnaisesti valitun poikavauvan syntymäpituus on enintään 51 cm todennäköisyydellä 0,39.

- b) Eräessä sairaalassa syntyneet 77 poikavauvaa muodostavat otoksen. Vastaavien otosten otoskeskiarvot noudattavat normaalijakaumaa, jonka

odotusarvo $\mu = 52$ (cm)

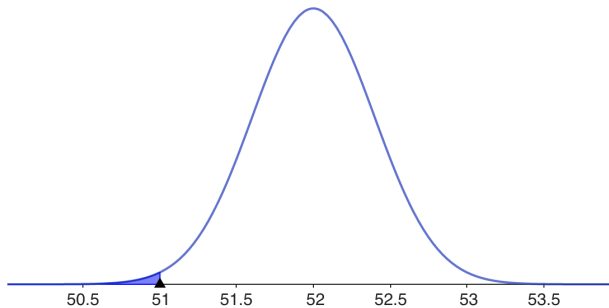
perusjoukon

odotusarvo

keskihajonta $\sigma = \frac{3,5}{\sqrt{77}}$ (cm).

keskiarvon keskivirhe

Merkitään otoskeskiarvoa kirjaimella Y . Määritetään GeoGebran todennäköisyyslaskurilla todennäköisyys, että otoskeskiarvo on enintään 51 cm.



 Normaalijakauma μ 52 σ $\frac{3.5}{\sqrt{77}}$

$P(X \leq 51) = 0.0061$

$$P(Y \leq 51) \approx 0,0061$$

Eräessä sairaalassa syntyneiden 77 poikavauvan syntymäpituuksien keskiarvo on enintään 51 cm todennäköisyydellä 0,0061.

Vastaus

a) 0,39

b) 0,0061

13.7

- a) Lasketaan keskiarvon keskivirhe, kun älykkyystesti tehdään 10 henkilölle.

$$s_{\bar{x}} = \frac{15}{\sqrt{10}} \\ \approx 4,7$$

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}, \text{ missä } s = 15 \text{ ja } n = 10$$

Kun älykkyystesti tehdään 10 henkilölle, älykkyystestin tulosten keskiarvo keskimäärin poikkeaa keskiarvosta 4,7 yksikköä.

- b) Lasketaan keskiarvon keskivirhe, kun älykkyystesti tehdään 100 henkilölle.

$$s_{\bar{x}} = \frac{15}{\sqrt{100}} \\ = 1,5$$

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}, \text{ missä } s = 15 \text{ ja } n = 100$$

Kun älykkyystesti tehdään 100 henkilölle, älykkyystestin tulosten keskiarvo keskimäärin poikkeaa keskiarvosta 1,5 yksikköä.

- c) Lasketaan keskiarvon keskivirhe, kun älykkyystesti tehdään 1000 henkilölle.

$$s_{\bar{x}} = \frac{15}{\sqrt{1000}} \\ \approx 0,47$$

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}, \text{ missä } s = 15 \text{ ja } n = 1000$$

Kun älykkyystesti tehdään 1000 henkilölle, älykkyystestin tulosten keskiarvo keskimäärin poikkeaa keskiarvosta 0,47 yksikköä.

Vastaus

- a) 4,7
b) 1,5
c) 0,47

13.8

- a) Määritetään GeoGebran todennäköisyyslaskurilla kaikkien kahvipakkausten painojen keskiarvon luottamusväli 95 %:n luottamustasolla.

Keskiarvon Z-estimaatti	▼
Luottamustaso	<u>0.95</u>
Otos	
Keskiarvo	<u>490</u>
σ	<u>20</u>
N	<u>50</u>

Tulos

Keskiarvon Z-estimaatti

Keskiarvo	490
σ	20
S	2.8284
N	50
Alaraja	484.4564
Yläraja	495.5436
Väli	490 ± 5.5436

Luottamusväli on [484,5 g; 495,5 g].

- b) Kahvipakkauksen ilmoitettu paino 500 g ei ole 95 %:n luottamustason luottamusvälin [484,5 g; 495,5 g] sisällä.

Pakkausautomaatti ei ole säädetty oikein.

Vastaus

a) [484,5 g; 495,5 g]

b) ei ole säädetty oikein

13.9

a) Ratkaistaan tehtävä LibreOfficen Calc-ohjelmalla.

Syötetään havaintoarvot
laskentataulukon sarakkeeseen A.

Havaintoarvot ovat soluissa A2–A31.

	A
1	Yöunen pituus
2	1
3	3
4	4
5	5
6	5
7	6
8	6
9	6
10	6
11	6
12	7
13	7
14	7
15	7
16	7
17	7
18	8
19	8
20	8
21	8
22	8
23	8
24	8
25	9
26	9
27	9
28	10
29	10
30	11
31	12

Kirjoitetaan sarakkeeseen B määritettävät tunnusluvut. Kirjoitetaan sarakkeeseen C laskentakomennot.

	A	B	C
1	Yöunen pituus		
2		1 Keskiarvo	=KESKIARVO(A2:A31)
3		3 Keskihajonta	=KESKIHAJONTA.S(A2:A31)

Pyöristetään vastauksen yhden desimaalin tarkkuuteen.

	A	B	C
1	Yöunen pituus		
2		1 Keskiarvo	7,2
3		3 Keskihajonta	2,3

Yöunien pituuksien keskiarvo on 7,2 tuntia ja keskihajonta 2,3 tuntia.

- b) Määritetään GeoGebran todennäköisyyslaskurilla yöunien pituuksien keskiarvon luottamusväli 95 %:n luottamustasolla. Ryhmän opiskelijoiden määrä eli otoskoko on 30.

Keskiarvon Z-estimaatti

Luottamustaso

Otos

Keskiarvo

σ

N

Tulos

Keskiarvon Z-estimaatti

Keskiarvo	7.2
σ	2.3
S	0.4199
N	30
Alaraja	6.377
Yläraja	8.023
Väli	7.2 ± 0.823

Luottamusväli on [6,4 h; 8,0 h]. Loiston lukion opiskelijoiden keskimääräinen yöunen pituus on 95 %:n varmuudella välillä 6,4–8,0 h.

Vastaus

- a) keskiarvo 7,2 h, keskihajonta 2,3 h
- b) [6,4 h; 8,0 h]. Loiston lukion opiskelijoiden keskimääräinen yöunen pituus on 95 %:n varmuudella välillä 6,4–8,0 h.

13.10

a) Ratkaistaan tehtävä GeoGebralla.

Ladataan aineisto ja avataan se GeoGebran taulukkolaskennassa.

Määritetään tilastolliset tunnusluvut maalaamalla alue, jossa tutkittavat arvot sijaitsevat. Valitaan **Yhden muuttujan analyysi** -toiminto.

Valitaan **Näytä tilastot** -toiminto.

	A		Tilastot
1	Kävelymatka (km)		n 30
2	1.1		Keskiarvo 7.46
3	2		σ 3.0409
4	2.3		s 3.0929
5	2.6		Σx 223.8
6	4.2		Σx^2 1946.96
7	5.3		Min 1.1
8	5.5		Q1 5.8
			Mediaani 7.3
			Q3 9.8
			Max 13.7

Kävelymatkojen keskiarvo on 7,5 km ja keskihajonta 3,1 km.

Määritetään GeoGebran todennäköisyyslaskurilla kävelymatkojen keskiarvon luottamusväli 95 %:n luottamustasolla. Otokoko on 30.

Keskiarvon Z-estimaatti



Luottamustaso 0.95

Otos

Keskiarvo 7.5

σ 3.1

N 30

Tulos

Keskiarvon Z-estimaatti

Keskiarvo 7.5

σ 3.1

S 0.566

N 30

Alaraja 6.3907

Yläraja 8.6093

Väli 7.5 ± 1.1093

Luottamusväli on [6,4 km; 8,6 km].

- b)** Päivänä, jona Tiitu käveli 8,9 km, hänen kävelymatkansa oli luottamusvälin [6,4 km; 8,6 km] yläpuolella. Hänen kävelymatkansa oli pidentynyt merkittävästi.

Vastaus

a) [6,4 km; 8,6 km]

b) pidentynyt merkittävästi

13.11

- a) Lasketaan keskiarvon keskivirhe.

$$s_{\bar{x}} = \frac{14}{\sqrt{90}} \\ \approx 1,5 \text{ (pistettä)}$$

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}, \text{ missä } s = 14 \text{ ja } n = 90$$

- b) Oppilaiden matematiikan kokeen pistemäärät muodostavat otoksen. Vastaavien otosten otoskeskiarvot noudattavat normaalijakaumaa, jonka

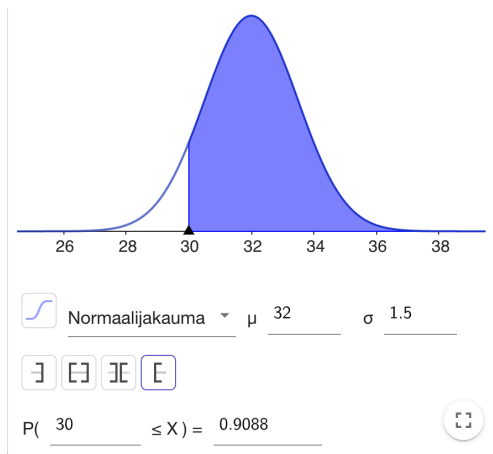
odotusarvo $\mu = 32$

perusjoukon odotusarvo

keskihajonta $\sigma \approx 1,5$.

keskiarvon keskivirhe

Merkitään otoskeskiarvoa kirjaimella X . Määritetään GeoGebran todennäköisyyyslaskurilla todennäköisyys, että otoskeskiarvo on vähintään 30 pistettä.



$$P(X \geq 30) \approx 0,91$$

Oppilaiden pistemäärän keskiarvo on vähintään 30 todennäköisyydellä 0,91.

Vastaus

a) 1,5 pistettä

b) 0,91

13.12

Puhelinpalvelun jonotusajat muodostavat otoksen. Vastaavien otosten otoskeskiarvot noudattavat normaalijakaumaa, jonka odotusarvona on perusjoukon keskiarvo $\mu = 2,5$ (min) ja keskihajontana keskiarvon keskivirhe.

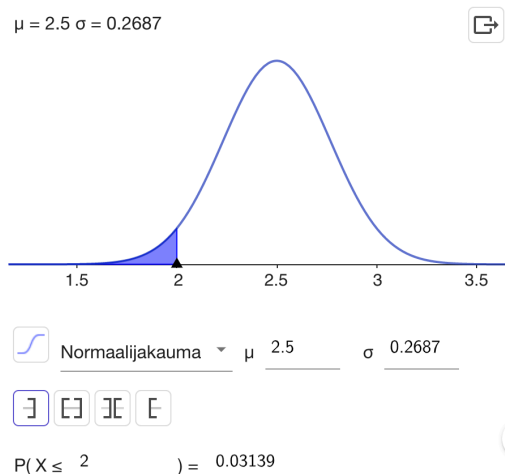
Lasketaan keskiarvon keskivirhe.

$$s_{\bar{x}} = \frac{1,9}{\sqrt{50}}$$

$$\approx 0,2687 \text{ (min)}$$

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}, \text{ missä } s = 1,9 \text{ ja } n = 50$$

Merkitään otoskeskiarvoa kirjaimella X . Määritetään GeoGebran todennäköisyyslaskurilla todennäköisyys, että otoskeskiarvo on enintään 2 minuuttia. Huomaa, että keskiarvon keskivirheen lausekkeen $\frac{1,9}{\sqrt{50}}$ voi myös syöttää suoraan keskihajonnaksi.



$$P(X \leq 2) \approx 0,031$$

50 henkilön jonotusajan keskiarvo on enintään 2 minuuttia todennäköisyydellä 0,031.

Vastaus

0,031

13.13

- a) 95 %:n luottamustason kriittinen arvo on 1,96.
Lasketaan virhemarginaali.

$$1,96 \cdot \frac{20}{\sqrt{150}}$$

$$\approx 3,201 \text{ (g)}$$

$$\text{kriittinen arvo} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}, \text{ missä}$$

$$\text{kriittinen arvo} = 1,96, s = 20 \text{ ja } n = 150$$

Kaikkien jauhopakkausten painojen keskiarvo on 95 %:n varmuudella vähintään

$$1003 \text{ g} - 3,201 \text{ g} = 999,799 \text{ g} \approx 999,8 \text{ g}$$

otoskeskiarvo on 1003 g,
virhemarginaali on 3,201 g

ja enintään

$$1003 \text{ g} + 3,201 \text{ g} = 1006,201 \text{ g} \approx 1006,2 \text{ g}$$

Kaikkien jauhopakkausten painojen keskiarvon luottamusväli 95 %:n luottamustasolla on [999,8 g; 1006,2 g].

- b) Määritetään GeoGebran todennäköisyyslaskurilla kaikkien jauhopakkausten painojen keskiarvon luottamusväli 95 %:n luottamustasolla.

Keskiarvon Z-estimaatti



Luottamustaso 0.95

Otos

Keskiarvo 1003

σ 20

N 150

Tulos

Keskiarvon Z-estimaatti

Keskiarvo 1003

σ 20

S 1.633

N 150

Alaraja 999.7994

Yläraja 1006.2006

Väli 1003 ± 3.2006

Luottamusväli on [999,8 g; 1006,2 g].

Vastaus

a) [999,8 g; 1006,2 g]

b) [999,8 g; 1006,2 g]

13.14

- a) Keksipakkausten painojen keskiarvon luottamusväli 99,9 %:n luottamustasolla on [299,0 g, 307,0 g].

Otoskeskiarvo sijaitsee luottamusvälin keskipisteessä. Lasketaan keksipakkauksen painon otoskeskiarvo.

$$\frac{299,0 \text{ g} + 307,0 \text{ g}}{2} = 303,0 \text{ g}$$

- b) Lasketaan virhemarginaali.

$$303,0 \text{ g} - 299,0 \text{ g} = 4,0 \text{ g}$$

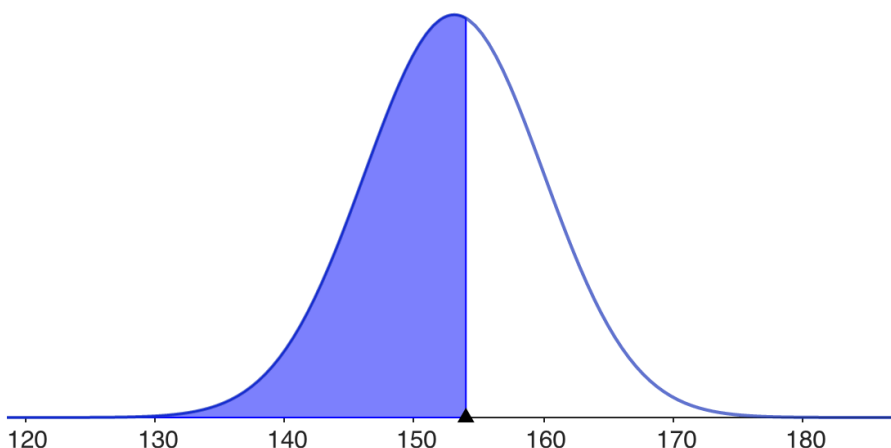
Vastaus

- a) 303,0 g
b) 4,0 g

13.15

- a) Merkitään satunnaisesti valitun kaksitoistavuotiaan tytön pituutta senttimetreinä kirjaimella X . Pituuden odotusarvo on 153,1 cm ja keskihajonta 6,9 cm.

Määritetään GeoGebran todennäköisyyslaskurilla todennäköisyys, että satunnaisesti valitun kaksitoistavuotiaan tytön pituus on enintään 154,0 cm.



 Normaalijakauma ▾ μ 153.1 σ 6.9



$P(X \leq 154) = 0.5519$

$$P(X \leq 154) \approx 0,55$$

Satunnaisesti valitun kaksitoistavuotiaan tytön pituus on enintään 154,0 cm todennäköisyydellä 0,55.

- b) Satunnaisesti valitut 35 kaksitoistavuotiaista tyttöä muodostavat otoksen. Vastaavien otosten otoskeskiarvot noudattavat normaalijakaumaa, jonka

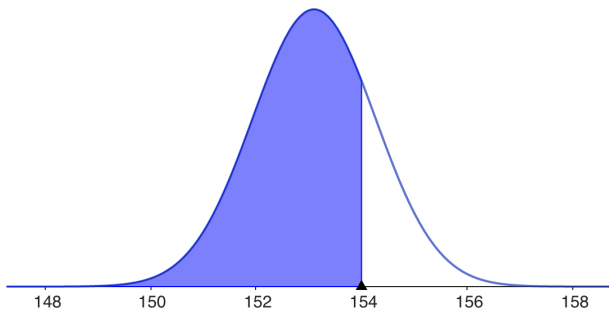
odotusarvo $\mu = 153,1$ (cm)

perusjoukon odotusarvo

keskihajonta $\sigma = \frac{6,9}{\sqrt{35}}$ (cm).

keskiarvon keskivirhe

Merkitään otoskeskiarvoa kirjaimella Y . Määritetään GeoGebran todennäköisyysslaskurilla todennäköisyys, että otoskeskiarvo on enintään 154 cm.



Normaalijakauma μ 153.1 σ $\frac{6.9}{\sqrt{35}}$

$P(X \leq 154) = 0.7798$

$P(Y \leq 154) \approx 0,78$

Satunnaisesti valittujen 35 kaksitoistavuotiaiden tyttöjen pituuksien keskiarvo on enintään 154 cm todennäköisyydellä 0,78.

Vastaus

a) 0,55

b) 0,78

13.16

- a) Lasketaan keskiarvon keskivirhe, kun soveltuvuuskoe tehdään 15 henkilölle.

$$s_{\bar{x}} = \frac{28}{\sqrt{15}} \qquad s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}, \text{ missä } s = 28 \text{ ja } n = 15$$
$$\approx 7,2 \text{ (pistettä)}$$

Kun soveltuvuuskoe tehdään 15 henkilölle, sen tulosten keskiarvo keskimäärin poikkeaa keskiarvosta 7,2 pistettä.

- b) Lasketaan keskiarvon keskivirhe, kun soveltuvuuskoe tehdään 150 henkilölle.

$$s_{\bar{x}} = \frac{28}{\sqrt{150}} \qquad s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}, \text{ missä } s = 28 \text{ ja } n = 150$$
$$\approx 2,3 \text{ (pistettä)}$$

Kun soveltuvuuskoe tehdään 150 henkilölle, sen tulosten keskiarvo keskimäärin poikkeaa keskiarvosta 2,3 pistettä.

- c) Lasketaan keskiarvon keskivirhe, kun soveltuvuuskoe tehdään 1500 henkilölle.

$$s_{\bar{x}} = \frac{28}{\sqrt{1500}} \qquad s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}, \text{ missä } s = 28 \text{ ja } n = 1500$$
$$\approx 0,72 \text{ (pistettä)}$$

Kun soveltuvuuskoe tehdään 1500 henkilölle, sen tulosten keskiarvo keskimäärin poikkeaa keskiarvosta 0,72 pistettä.

Otoskoon kasvaessa keskiarvon keskivirhe pienenee eli soveltuvuustestin tulosten keskiarvo poikkeaa vähemmän odotusarvosta.

Vastaus

- a)** 7,2 pistettä
- b)** 2,3 pistettä
- c)** 0,72 pistettä

13.17

- a) Määritetään GeoGebran todennäköisyyslaskurilla kaikkien hienosokeripakettien painojen keskiarvon luottamusväli 95 %:n luottamustasolla.

Keskiarvon Z-estimaatti	▼
Luottamustaso	<u>0.95</u>
Otos	
Keskiarvo	<u>995</u>
σ	<u>18</u>
N	<u>30</u>

Tulos

Keskiarvon Z-estimaatti

Keskiarvo	995
σ	18
S	3.2863
N	30
Alaraja	988.5589
Yläaraja	1001.4411
Väli	995 ± 6.4411

Luottamusväli on [988,6 g; 1001,4 g].

- b) Sokeripakkauksen ilmoitettu painon keskiarvo 1 kg = 1000 g on 95 %:n luottamustason luottamusvälin [988,6 g; 1001,4 g] sisällä.

Valmistajan väite keskiarvosta pitää paikkansa 95 %:n varmuudella.

Vastaus

a) [988,6 g; 1001,4 g]

b) Koska 1000 g on luottamusvälin sisällä, valmistajan väite keskiarvosta pitää paikkansa 95 %:n varmuudella.

13.18

a) Ratkaistaan tehtävä LibreOfficen Calc-ohjelmalla.

Syötetään havaintoarvot
laskentataulukon sarakkeeseen A.

Havaintoarvot ovat soluissa A2–A31.

	A
1	Suoratoisto- palveluiden käyttö
2	2
3	5
4	5
5	6
6	7
7	7
8	8
9	8
10	9
11	10
12	11
13	11
14	11
15	12
16	12
17	12
18	12
19	13
20	13
21	14
22	14
23	14
24	16
25	17
26	18
27	18
28	19
29	20
30	22
31	25

Kirjoitetaan sarakkeeseen B määritettävät tunnusluvut. Kirjoitetaan sarakkeeseen C laskentakomennot.

	A	B	C
1	Suoratoisto- palveluiden käyttö		
2		2 Keskiarvo	=KESKIARVO(A2:A31)
3		5 Keskihajonta	=KESKIHAJONTA.S(A2:A31)

Pyöristetään vastauksen yhden desimaalin tarkkuuteen.

	A	B	C
1	Suoratoistopalveluiden käyttö		
2		2 Keskiarvo	12,4
3		5 Keskihajonta	5,4

Käyttöaikojen keskiarvo on 12,4 tuntia ja keskihajonta 5,4 tuntia.

- b)** Määritetään GeoGebran todennäköisyyslaskurilla käyttöaikojen keskiarvon luottamusväli 99 %:n luottamustasolla. Ryhmän opiskelijoiden määrä eli otoskoko on 30.

Keskiarvon Z-estimaatti ▼

Luottamustaso 0.99

Otos

Keskiarvo 12.4

σ 5.4

N 30

Tulos

Keskiarvon Z-estimaatti

Keskiarvo	12.4
σ	5.4
S	0.9859
N	30
Alaraja	9.8605
Yläraja	14.9395
Väli	12.4 $\pm$ 2.5395

Luottamusväli on [9,9 h; 14,9 h]. Loiston lukion opiskelijoiden suoratoistopalveluiden viikottaisen käyttöajan keskiarvo on on 99 %:n varmuudella välillä 9,9–14,9 h.

Vastaus

- a)** keskiarvo 12,4 h, keskihajonta 5,4 h
- b)** [9,9 h; 14,9 h]; Suoratoistopalveluiden käyttöajan keskiarvo on 99 %:n varmuudella välillä 9,9–14,9 h.

13.19

Määritetään GeoGebran todennäköisyyslaskurilla valmiusajan luottamusväli 95 %:n luottamustasolla.

Keskiarvon Z-estimaatti	▼
Luottamustaso	<u>0.95</u>
Otos	
Keskiarvo	<u>253</u>
σ	<u>12</u>
N	<u>50</u>

Tulos

Keskiarvon Z-estimaatti

Keskiarvo	253
σ	12
S	1.6971
N	50
Alaraja	249.6738
Yläraja	256.3262
Väli	253 ± 3.3262

Luottamusväli on [249,7 h; 256,3 h].

Luottamusvälin koko pituus on 2 tuntia, jos virhemarginaali on 1 tunti.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan otoskoko n .

$$1,96 \cdot \frac{12}{\sqrt{n}} = 1$$

$$n \approx 553$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

Tulisi mitata 553 akun valmiusaika.

Vastaus

[249,7 h; 256,3 h]; 553 akun

13.20

Tehtävänä on määrittää auton nopeuden X odotusarvo μ ja keskihajonta σ . Verrataan satunnaismuuttajan X jakaumaa normitettuun normaalijakaumaan.

Olkoon arvoa $x = 80$ vastaava normitettu arvo z_1 .

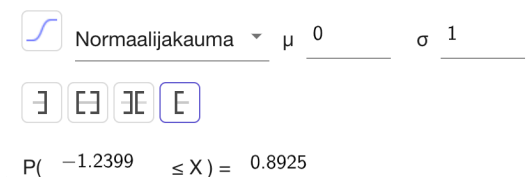
Tulee olla $P(X \geq 80) = P(Z \geq z_1) = 0,8925$.

Satunnaismuuttuja $Z \sim N(0, 1)$.

GeoGebran todennäköisyyslaskurilla saadaan, että

$$P(Z \geq z_1) = 0,8925,$$

$$\text{kun } z_1 \approx -1,2399.$$



Muodostetaan normitusyhtälö.

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad z = -1,2399, x = 80$$

$$-1,2399 = \frac{80 - \mu}{\sigma}$$

Olkoon arvoa $x = 100$ vastaava normitettu arvo z_2 .

Tulee olla $P(X \geq 100) = P(Z \geq z_2) = 0,1229$.

Satunnaismuuttuja $Z \sim N(0, 1)$.

GeoGebran todennäköisyyslaskurilla saadaan, että

$$P(Z \geq z_2) = 0,1229,$$

$$\text{kun } z_1 \approx 1,1606.$$


 Normaalijakauma ▾
 μ 0
σ 1

←
↩
↪
→

P(1.1606 ≤ X) = 0.1229

Muodostetaan normitusyhtälö.

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \qquad z = 1,1606, x = 100$$

$$1,1606 = \frac{100 - \mu}{\sigma}$$

Muodostetaan normitusyhtälöistä yhtälöpari ja ratkaistaan odotusarvo μ ja keskihajonta σ .

$$\begin{cases} -1,2399 = \frac{80 - \mu}{\sigma} \\ 1,1606 = \frac{100 - \mu}{\sigma} \end{cases}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$\mu \approx 90,33 \text{ (km/h)} \text{ ja } \sigma \approx 8,33 \text{ (km/h)}$$

Määritetään GeoGebran todennäköisyyslaskurilla nopeuksien keskiarvon luottamusväli 95 %:n luottamustasolla.

Keskiarvon Z-estimaatti



Luottamustaso 0.95

Otos

Keskiarvo 90.33

σ 8.33

N 9235

[Tulos](#)

Keskiarvon Z-estimaatti

Keskiarvo 90.33

σ 8.33

S 0.0867

N 9235

Alaraja 90.1601

Yläraja 90.4999

Väli 90.33 ± 0.1699

Luottamusväli on [90,16 km/h; 90,50 km/h].

Vastaus

keskiarvo 90,33 km/h,

keskihajonta 8,33 km/h,

luottamusväli [90,16 km/h; 90,50 km/h]